

MT11210 Hafaliadau Differol – Taflen Ymarfer 2

Cyflwynwch eich datrysiadau i'r cwestiynau ★ (Cw1 (pob rhan), Cw2a, Cw3a, Cw3c(i), Cw4b, Cw4c) trwy Blackboard, os gwelwch yn dda. Cofiwch ysgrifennu eich enw ar y dudalen flaen.

★1. Ar gyfer pob un o'r hafaliadau differol cyffredin trefn un (a)-(e), dewiswch (o'r rhestr canlynol) ddull y gellir ei ddefnyddio i ddatrys yr hafaliad (*Noder: yn y cwestiwn yma does dim rhaid datrys yr hafaliadau differol cyffredin*):

- Trefn yr hafaliad differol cyffredin yw un ac mae'n llinol - defnyddiwch ffactor integru.
- Datrys trwy integru uniongyrchol.
- Datrys trwy wahanu newidynnau.
- Mae'r hafaliad differol cyffredin yn homogenaidd – bydd yr amnewidyn $y = vx$ yn gostwng y broblem yn ffurf wahanadwy.
- Gellir ei ostwng yn ffurf homogenaidd trwy'r amnewidynnau $x = x_0 + u$ ac $y = y_0 + v$, lle mae x_0 ac y_0 yn gysonion.

(a) $\frac{dy}{dx} + 6xy = 3x$

(b) $\frac{dy}{dx} = \frac{y+2}{x-3}$

(c) $\frac{dy}{dx} = \frac{18x^2+4}{3x^3+2x}$

(d) $(y^2+2x^2)\frac{dy}{dx} = 2x^2+3xy$

(e) $x\frac{dy}{dx} + xy\cos(2x) - 7x^2 = 0.$

[Awgrym: efallai bydd y 'siart llif' ar y wefan yn ddefnyddiol] [5]

2. Datrys swch yr hafaliadau differol homogenaidd canlynol, o wybod yr amodau ffinol:

★(a) $xy^3\frac{dy}{dx} = x^4 + y^4, \quad y(1) = 2$ [5]

(b) $x(2y+x)\frac{dy}{dx} = 3y^2 + 2xy, \quad y(2) = 4$

3. Ystyriwch yr hafaliad differol trefn un canlynol:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ax + by + c}{lx + my + n}$$

lle mae a, b, c, l, m & n yn gysonion.

★(a) Tybiwch fod $am - bl \neq 0$. Gostyngwch yr hafaliad differol yn hafaliad differol trefn un homogenaidd trwy ddefnyddio'r amnewidynnau $x = u + x_0$ ac $y = v + y_0$, lle mae u a v yn ffwythiannau o x , ac mae x_0 ac y_0 yn gysonion wedi'u dewis yn briodol, yn dibynnu ar a, b, c, l, m ac n .

[Awgrym: Gwelwch nodiadau'r darlithoedd a/neu'r nodiadau ar y wefan!] [2]

(b) Tybiwch fod $am = bl \neq 0$. Gostyngwch yr hafaliad differol yn hafaliad differol â newidynnau gwahanadwy ar ffurf $\frac{du}{dx} = F(u)$, lle mae F yn ryw ffwythiant o u , trwy'r amnewidyn

$$u = lx + my + n.$$

[Awgrym: Yn gyntaf, differwch u mewn perthynas ag $x \dots$]

(c) Trwy hyn, darganfyddwch datrysiadau cyffredinol yr hafaliadau differol canlynol:

★i. $\frac{dy}{dx} = \frac{x + y + 2}{x - y + 2}$. [8]

ii. $\frac{dy}{dx} = \frac{6 - 2x - 2y}{2x + 2y + 5}$.

4. Defnyddiwch ffactor integru i ddarganfod datrysiadau cyffredinol yr hafaliadau differol canlynol:

(a) $\frac{dy}{dx} + 3y = 6$

★(b) $\frac{dx}{dt} - \frac{2x}{t} = 2t^3 + 4t^2e^{4t}$ [6]

a datrysiadau penodol y canlynol:

★(c) $\frac{dy}{dx} + y = e^{-x}, \quad y(0) = 1$ [4]

(d) $x \frac{dy}{dx} + 2y = 10x^2, \quad y(1) = 3.$